

ANALIZA DINAMICĂ A PROCESELOR DE VIBRAȚIE ASUPRA CALITĂȚII LUCRĂRILOR DE COMPACTARE A BETONULUI, MIXTURILOR ASFALTICE ȘI PĂMÂNTULUI

P. Bratu

Universitatea "Dunărea de Jos" Galați

1. INTRODUCERE

Ca urmare a cercetărilor teoretice și experimentale pe mașini cu acțiune vibrantă, în contact cu medii vâscoelastice cu caracteristici variabile privind plasticitatea și vâscozitatea, s-a constatat că în anumite condiții puterea necesară absorbită atinge valoarea maximă.

Acest fapt a fost evidențiat la anumite valori ale coeficientului de amortizare vâscoasă în cazul materialelor granulare și pulverulente, precum și a pământului sau a betonului proaspăt, sub acțiunea forțelor perturbatoare armonice necesare realizării unor tehnologii adecvate. Astfel, variația amortizării sistemului dinamic a fost evidențiată pentru procesele tehnologice care utilizează vibrațiile ca proces fundamental de funcționare. Astfel, din categoria mașinilor cu acțiune vibrantă care procesează materialele cu ajutorul vibrațiilor menționăm: transportoare vibratoare, ciururi vibratoare, compactoare vibratoare pentru pământ, beton și mixturi asfaltice, vibroînfigatoare pentru tuburi și elemente de construcții din pământ. Experimental, s-a constatat că variația amortizării este o consecință a procesului tehnologic care produce modificarea structurală a materialelor respective în timpul vibrării.

Cercetările teoretice asupra sistemelor dinamice cu elasticitate neliniară sau amortizare neliniară, au dovedit faptul că la o excitație exterioară armonică dată, răspunsul conține componente subarmonice sau supraarmonice. Aceasta înseamnă că pentru materiale cu neliniarități elastice și/sau vâscoase, excitația armonică exterioară duce la apariția unor componente inferioare sau superioare pulsației de excitație, în anumite rapoarte, funcție de gradul de neliniaritate.

Investigațiile experimentale de mare precizie, asupra comportării materialelor neliniare, au scos în evidență faptul că pot fi excitate componente ale armonicelor superioare care se fac responsabile de disipări interioare mari, sub formă de căldură, ceea ce poate duce la degradarea accelerată în timp a materialului și în consecință la scăderea duratei de

viață.

În prezenta lucrare se consideră un material vâscoelastic a cărui vâscozitate este neliniară. Gradul de neliniaritate este aproximat prin coeficientul de amortizare vâscoasă, dezvoltat într-o serie de puteri de forma:

$$\eta = \eta_0 + a \left| \dot{x} \right| + b \left| \dot{x} \right|^2 + \dots \quad (1)$$

unde η_0 este coeficientul de amortizare vâscoasă în regim static;

a, b - coeficienții de amortizare vâscoasă în regim dinamic;

$\dot{x}$ - viteza instantanee de deformare a materialului pe direcția coordonatei x .

Pe această bază se analizează forța vâscoasă

$F_v = \eta \dot{x}$, care introdusă în ecuația diferențială de mișcare a sistemului excitat armonic, cu forța exterioară $P = P_0 \sin \omega t$, duce la descompunerea mișcării în componente armonice superioare pulsației excitatoare ω .

Pentru o componentă armonică s-a stabilit puterea necesară menținerii regimului de vibrații forțate. Aceasta evidențiază ponderea ridicată pe care o are pulsația fundamentală de excitație ω și pulsațiile armonicelor superioare excitate, de forma $j\omega$, cu $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Astfel, se evidențiază faptul că pentru armonică excitată de ordinul j , puterea corespunzătoare energiei interne disipate N_j este proporțională cu $(j\omega)^6$.

2. ANALIZA SPECTRALĂ A FORȚEI DE AMORTIZARE VÂSCOASĂ NELINIARĂ

Pentru un sistem dinamic de masă m , excitat cu o forță armonică de forma $P_0 \sin \omega t$, cu elasticitatea constantă k și coeficient de amortizare vâscoasă η , dat de relația (1), avem:

$$m \ddot{x} + \eta \dot{x} + kx = P_0 \sin \omega t \quad (2)$$

Răspunsul sistemului este evaluat prin mișcarea forțată, atunci când se cunoaște coordonata instantanee x , care se alegem în primă aproximație, sub forma:

$$x = A \sin \omega t \quad (3)$$

cu

$$\dot{x} = A\omega \cos \omega t = v_0 \cos \omega t \quad (4)$$

În acest caz, coeficientul de amortizare vâscoasă η , depinde de x , adică de funcția în modul, exprimată astfel:

$$\left| \dot{x} \right| = A\omega |\cos \omega t| \quad (5)$$

sau

$$\left| \dot{x} \right| = v_0 |\cos \omega t| \quad (6)$$

Notăm cu $f(t) = \dot{x} = v_0 \cos \omega t$ **funcția originală**

pentru $t \in (0, T)$, cu $T = \frac{2\pi}{\omega}$, care reprezintă printr-

un ciclu armonic, iar cu $g(t) = \left| \dot{x} \right| = v_0 |\cos \omega t|$

funcția modul, pentru $t \in \left[-\frac{1}{2}T_p, +\frac{1}{2}T_p \right]$ cu

$T_p = \frac{1}{2}T$, ce reprezintă un ciclu pulsator cu $\omega_p = 2\omega$, conform fig. 1.

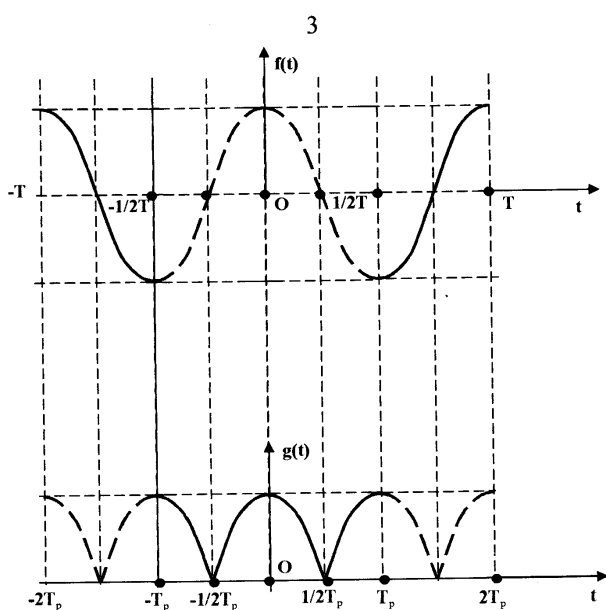


Fig.1

Din condiția $T_p = \frac{1}{2}T$, avem $\omega = \frac{1}{2}\omega_p$,

ceea ce face ca funcția modul $g(t)$ să fie definită astfel:

$$g(t) = \begin{cases} v_0 \cos \frac{1}{2}\omega_p t, & \text{pentru } 0 \leq t \leq \frac{1}{2}T_p \\ -v_0 \cos \frac{1}{2}\omega_p t, & \text{pentru } -\frac{1}{2}T_p \leq t \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

sau

$$g(t) = v_0 \cos \frac{1}{2}\omega_p t, \quad \text{pentru } -\frac{1}{2}T_p \leq t \leq \frac{1}{2}T_p \quad (8)$$

Funcția $g(t)$ poate fi dezvoltată în serie Fourier, astfel

$$g(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos i\omega_p t + b_i \sin i\omega_p t)$$

cu

$$a_0 = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} g(t) dt = \frac{4}{T_p} \int_{-\frac{1}{2}T_p}^{\frac{1}{2}T_p} g(t) dt \quad (9)$$

$$a_0 = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} g(t) \cos i\omega_p t dt = \frac{4}{T_p} \int_{-\frac{1}{2}T_p}^{\frac{1}{2}T_p} g(t) \cos i\omega_p t dt$$

$$\text{cu } i = 1, 2, \dots \quad (10)$$

$b_i = 0$ deoarece $g(t)$ este pară, adică îndeplinește condiția $g(t) = g(-t)$.

Întroducând (8) în (9) și (10) obținem:

$$a_0 = \frac{4v_0}{\pi}$$

$$a_0 = -\frac{4v_0}{\pi} \frac{\cos i\pi}{4i^2 - 1}, i = 1, 2, \dots$$

iar funcția $g(t)$ exprimată ca serie Fourier, va fi de forma:

$$g(t) = \frac{2v_0}{\pi} + \frac{4v_0}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{4i^2 - 1} \cos i\omega_p t$$

Revenim la pulsația inițială ω a funcției originale cu transpunerea $\omega_p = 2\omega$ și obținem:

$$g(t) = \frac{2v_0}{\pi} + \frac{4v_0}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{4i^2 - 1} \cos 2i\omega t; i = 1, 2, \dots \quad (11)$$

Termenii funcției $g(t)$ se determină astfel:

$$a_1 = +\frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{3}, \quad \text{pentru } i = 1;$$

$$a_2 = -\frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{3 \cdot 5}, \quad \text{pentru } i = 2;$$

$$a_3 = +\frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{5 \cdot 7}, \quad \text{pentru } i = 3;$$

$$a_4 = -\frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{7 \cdot 9}, \quad \text{pentru } i = 2;$$

În final, avem:

$$g(t) = \frac{2v_0}{\pi} + \frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \dots$$

$$\frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{7 \cdot 9} \cos 8\omega t + \dots \quad (12)$$

În relația (12) reținem primii termeni pe care îi notăm astfel:

$$a' = \frac{2v_0}{\pi}; \quad b' = \frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{1 \cdot 3}; \quad c' = \frac{4v_0}{\pi} \frac{1}{5 \cdot 7}$$

caz în care avem:

$$g(t) = \left| \dot{x} \right| = a' + b' \cos 2\omega t + c' \cos 4\omega t \quad (13)$$

iar $\eta(\dot{x})$ va fi de forma:

$$\eta = \eta(\dot{x}) = \eta_0 + a(a' + b' \cos 2\omega t + c' \cos 4\omega t) +$$

$$+ b(a' + b' \cos 2\omega t + c' \cos 4\omega t)^2 + \dots \quad (14)$$

Forța vâscoasă $F_v = \eta \dot{x}$ se exprimă cu ajutorul relațiilor (4) și (14), astfel:

$$F_v = v_0 [\eta_0 + a(a' + b' \cos 2\omega t + c' \cos 4\omega t) +$$

$$+ b(a' + b' \cos 2\omega t + c' \cos 4\omega t)^2 + \dots] \cos 2\omega t$$

sau

$$F_v = [\{ v_0 \eta_0 + v_0 a a' + v_0 b a'^2 + \frac{1}{2} v_0 b b'^2 + \frac{1}{2} v_0 b c'^2 \} +$$

$$+ (v_0 a b' + 2 v_0 b a' b' + v_0 b b' c') \cos 2\omega t +$$

$$+ (v_0 a c' + 2 v_0 a' c' b + \frac{1}{2} v_0 b b') \cos 4\omega t + \dots] \cos \omega t$$

Notăm:

$$a'' = v_0 \mu_0 + v_0 a a' + v_0 b a'^2 + \frac{1}{2} v_0 b b'^2 = \frac{1}{2} v_0 b c'^2$$

$$b'' = v_0 a b' + 2 v_0 b a' b' + v_0 b b' c'$$

$$c'' = v_0 a c' + 2 v_0 a' c' b + \frac{1}{2} v_0 b b'$$

Unitățile de măsură pentru coeficienții utilizați sunt:

- pentru coeficienții a, b, c, avem:

$$[a]_{SI} = \left[\frac{\eta}{\dot{x}} \right]_{SI} = \frac{Ns}{m} \frac{1}{m} s = \frac{Ns^2}{m^2}$$

$$[b]_{SI} = \left[\frac{\eta}{\dot{x}^2} \right]_{SI} = \frac{Ns}{m} \frac{1}{m^2} s^2 = \frac{Ns^3}{m^3}$$

- pentru coeficienții a', b', c', avem:

$$[a']_{SI} = [b']_{SI} = [c']_{SI} = \frac{m}{s}$$

- pentru coeficienții a'', b'', c'', avem:

$$[a'']_{SI} = [b'']_{SI} = [c'']_{SI} = N$$

Astfel, expresia forței vâscoase F_v devine:

$$F_v = \cos \omega t [a'' + b'' \cos 2\omega t + \frac{1}{2} b'' \cos \omega t +$$

$$+ \frac{1}{2} c'' \cos 5\omega t + \frac{1}{2} c'' \cos 3\omega t] \dots$$

sau sub forma finală:

$$F_v = B_1 \cos \omega t + B_3 \cos \omega t + B_5 \cos 5\omega t + \dots \quad (15)$$

în care:

$$B_1 = a'' + \frac{1}{2} b'', \quad B_3 = \frac{1}{2} (b'' + c'') \quad \text{și} \quad B_5 = \frac{1}{2} c''$$

sunt componente armonice impare ale forței vâscoase.

Cu expresia forței vâscoase exprimată de relația (15), ecuația diferențială (2) poate fi scrisă astfel:

$$m \ddot{x} + B_1 \cos \omega t + B_3 \cos 3\omega t + \dots + kx = P_0 \cos \omega t \quad (16)$$

Din ecuația (16) se observă că fiecare mod impar $\omega, 3\omega, 5\omega \dots$ poate fi excitat din exterior, adică se poate studia mișcarea sistemului introducând factorii de amortizare vâscoasă η_j , $j = 1, 3, 5, 7, \dots$, ca mărimi echivalente ale sistemului liniar cu un grad de libertate. Aceasta înseamnă că pentru sistemul echivalent se poate scrie:

$$m \ddot{x} + b \dot{x} + kx = P_0 \sin \omega t$$

sau

$$\ddot{x} + \frac{b}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{P_0}{m} \sin \omega t$$

unde $2n = \frac{b}{m}$ este factorul de amortizare vâscoasă liniară, atunci când forța vâscoasă este $V_{v1} = b_1 A_1 \omega \cos \omega t$.

Pentru prima componentă a forței vâscoase din relația (15), avem:

$$b_1 A_1 \omega \cos \omega t = B_1 \cos \omega t$$

de unde:

$$B_1 = b_1 A_1 \omega \quad (16')$$

în care A_1 este amplitudinea mișcării în regim forțat, pe armonica de excitație fundamentală.

Din (16) și ținând seama că $n_1 = \frac{b_1}{2m}$, avem:

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{B_1}{\omega A_1 m} \quad (17)$$

Pentru cea de-a doua componentă a forței vâscoase din relația (15), putem scrie:

$$b_3 A_3 3\omega \cos 3\omega t = B_3 \cos 3\omega t$$

de unde:

$$B_3 = 3\omega b_3 A_3$$

în care A_3 este amplitudinea mișcării excitate pe armonica superioară 3ω . Astfel, avem:

$$n_3 = \frac{1}{2} \frac{B_3}{3\omega A_3 m} \quad (18)$$

Generalizând relațiile (17) și (18), obținem:

$$n_j = \frac{1}{2} \frac{B_j}{j\omega A_j m}, \quad j=1, 3, 5, 7, \dots \quad (19)$$

unde A_j este amplitudinea mișcării componente de ordinul j excitată pe armonica superioară $j\omega$. Expresia amplitudinii de ordinul j datorată forței perturbatoare inerțiale, de forma $m_0 r \omega^2 \sin \omega t$ este:

$$A_j = \frac{\lambda r j^2 \omega^2}{\sqrt{(p^2 - j^2 \omega^2)^2 + 4n_j^2 \omega^2 j^2}}, \quad j=1, 3, 5, 7, \dots \quad (20)$$

$$\text{unde } p^2 = \frac{k}{m+m_0}; \quad \lambda = \frac{m_0}{m+m_0}$$

Din relațiile (19) și (20) obținem expresia factorului de amortizare n_j , $3, 5, 7, \dots$, pentru armonicele superioare excitate de forța perturbatoare $F = m_0 r \omega^2 \sin \omega t$, astfel:

$$n_j^2 = \frac{B_j^2 (p^2 - j^2 \omega^2)^2}{4j^2 \omega^2 [j^4 \omega^4 m^2 \lambda^2 r^2 - B_j^2]}, \quad j=1, 3, 5, 7, \dots \quad (21)$$

3. ENERGIA INTERNĂ DISIPATĂ

Considerăm sistemul dinamic modelat ca în fig. 2, unde materialul vâscoelastic este reprezentat prin elementul vâscos cu coeficientul $\eta = \eta(\dot{x})$ neliniar și elementul elastic cu coeficientul constant k . Întreg sistemul este excitat numai pe direcția verticală, de forța perturbatoare unidirecțională $m_0 r \omega^2 \sin \omega t$.

Aceasta se realizează prin rotirea sincronă în sens contrar a două mase excentrice, având momentul static total $m_0 r$, unde m_0 este masa excentrică totală, iar r este raza traiectoriei circulare a maselor excentrice.

Coordonatele maselor excentrice m sunt:

$$\begin{cases} x_M = AC + x + r \cos \varphi \\ z_M = r + r \sin \varphi \end{cases} \quad (22)$$

unde x este coordonata centrului de masă C față de sistemul de referință Oxz , considerat fix;

AC - distanța constantă dintre centrul de masă C și punctul tangențial de contact al traiectoriilor circulare ale maselor excentrice;

φ - coordonata unghiulară a maselor excentrice, care este o funcție de timp, de forma

$$\varphi = \varphi(t).$$

Vitezele absolute ale punctului m pe cele două axe sunt:

$$\dot{x}_M = \dot{x} + r \dot{\varphi} \sin \varphi \quad (23)$$

$$\dot{z}_M = r \dot{\varphi} \cos \varphi$$

Energia cinetică totală a sistemului dinamic este:

$$2E = (m + m_0) \dot{x}^2 - 2m_0 r \dot{\varphi} \sin \varphi + (m_0 r^2 + J) \dot{\varphi}^2 \quad (24)$$

Energia potențială a sistemului față de poziția de echilibru static stabil este:

$$2V = kx^2 + \frac{1}{2} m_0 g r (1 - \cos \varphi) \quad (25)$$

Aplicând ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, pentru masele m și m_0 , cu coordonatele x și φ , avem:

$$(m + m_0) \ddot{x} - m_0 r \ddot{\varphi} \sin \varphi - m_0 r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + b \dot{x} + kx = 0 \quad (26)$$

$$(m_0 r^2 + J) \ddot{\varphi} - m_0 r \sin \varphi + m_0 g r \sin \varphi = Q_\varphi$$

unde Q_φ este forța generalizată ce corespunde momentului motor care menține mișcarea cu coordonata unghiulară φ .

Pentru cazul mișcării staționare avem

$\dot{\varphi} = \omega = \text{const}$ și $\ddot{\varphi} = 0$, iar sistemul de ecuații diferențiale poate fi scris astfel:

$$\begin{aligned} (m + m_0) \ddot{x} + b \dot{x} + kx &= m_0 r \omega^2 \cos \omega t \\ -m_0 r \ddot{x} \sin \omega t + m_0 g r \sin \omega t &= Q_\varphi \end{aligned} \quad (27)$$

Prima ecuație poate fi pusă sub forma:

$$\ddot{x} + 2n \dot{x} + p^2 x = \lambda r \omega^2 \cos \omega t \quad (28)$$

cu soluția:

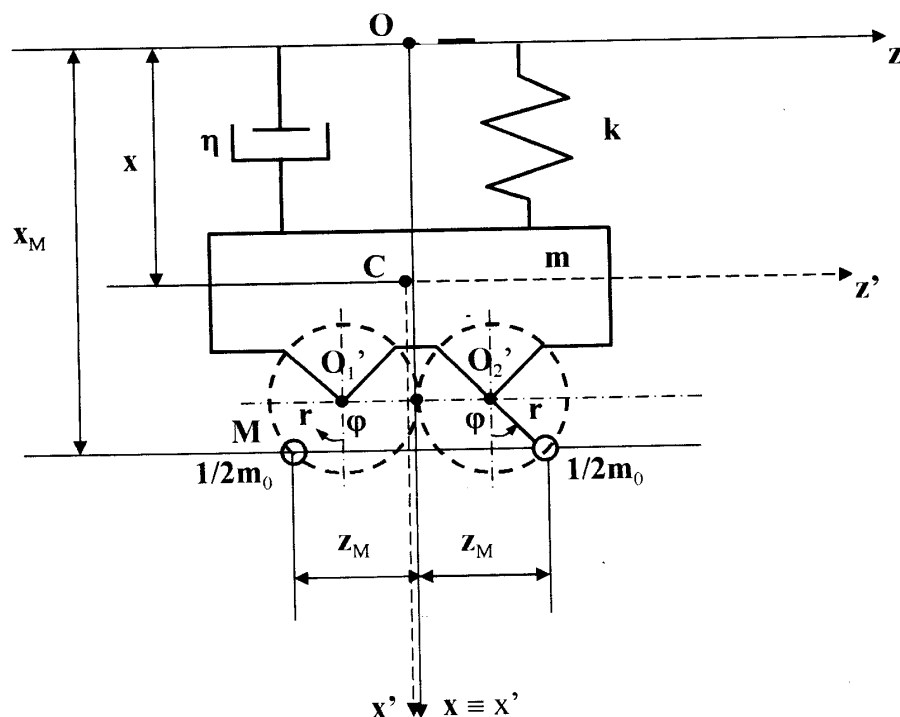


Fig.2

$$x = A \cos(\omega t - \alpha) \quad (29)$$

în care:

$$A = \frac{\lambda r \omega^2}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}} \quad (30)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2} \quad (31)$$

$$p^2 = \frac{k}{m + m_0}; \quad 2n = \frac{b}{m + m_0}; \quad \lambda = \frac{m_0}{m + m_0}$$

Ecuația a doua a relației (26) ne permite să determinăm momentul motor al vibrogeneratorului inerțial necesar, introducând $\ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t - \alpha)$, obținem:

$$Q_\varphi = \frac{1}{2} m_0 r A \omega^2 [\sin \alpha + \sin(2\omega t - \alpha)] + m_0 g r \sin \omega t \quad (32)$$

Lucrul mecanic corespunzător unei rotații complete va fi:

$$L = \int_0^{2\pi} Q_\varphi d\varphi$$

Înlocuind Q_φ și efectuând calculele, obținem:

$$L = \pi m_0 r A \omega^2 \sin \alpha \quad (33)$$

Puterea medie necesară pentru menținerea mișcării forțate, este:

$$N_m = \frac{L}{T} = \frac{L\omega}{2\pi}$$

sau

$$N_m = \frac{1}{2} m_0 r A \omega^3 \sin \alpha \quad (34)$$

Dacă înlocuim A și $\sin \alpha$ cu ajutorul relațiilor (30) și (31), avem:

$$N_m = \frac{(m_0 r)^2 n}{m + m_0} \cdot \frac{\omega^6}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2} \quad (35)$$

Considerând că amortizarea este variabilă, căutăm valoarea lui n pentru care puterea medie N_m , devine maximă, adică:

$$\frac{dN_m}{dn} = 0 \quad (36)$$

de unde avem:

$$n_{1,2} = \pm \frac{p^2 - \omega^2}{2\omega} \quad (37)$$

Deoarece ne interesează, în mod deosebit, regimul de postrezonanță cu $\varphi > p$, pentru n avem:

$$n = \frac{\omega^2 - p^2}{2\omega} \quad (38)$$

caz în care puterea medie maximă are expresia:

$$N_m^M = \frac{1}{4} \cdot \frac{(m_0 r)^2}{m_0 + m} \cdot \frac{\omega^5}{p^2 - \omega^2} \quad (39)$$

Puterea medie se reprezintă în raport cu n

printr-o curbă care are un punct de maximum M (n_M , N_m^M) și un punct de inflexiune I (n_I , N_m^I), ca în fig. 3.

Pentru armonica superioară de ordinul j , care este excitată de forța perturbatoare i

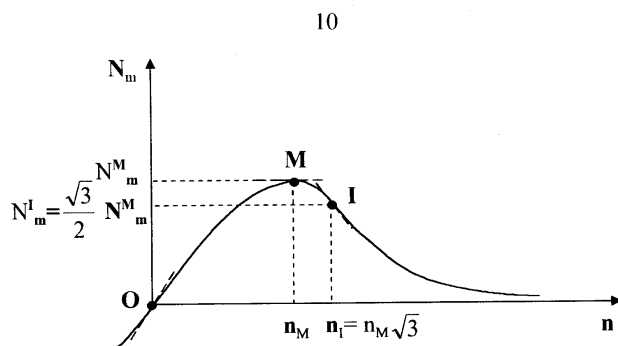


Fig. 3

nerțială, puterea medie maximă corespunzătoare este de forma:

$$N_{mj}^M = \frac{1}{4} \cdot \frac{(m_0 r)^2}{m_0 + m} \cdot \frac{j^5 \omega^5}{p^2 - j^2 \omega^2} \quad (40)$$

Energia internă maximă produsă prin disipare pentru armonica superioară de ordinul j , este de forma:

$$W_j^M = N_{mj}^M \cdot T_j = \frac{2\pi}{j\omega} \cdot N_{mj}^M \quad \text{sau}$$

$$W_j^M = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m_0^2 r^2}{m_0 + m} \cdot \frac{j^4 \omega^4}{p^2 - j^2 \omega^2} \quad (41)$$

Energia internă maximă disipată la armonica fundamentală de excitație, este:

$$W^M = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m_0^2 r^2}{m_0 + m} \cdot \frac{\omega^4}{p^2 - \omega^2} \quad (42)$$

Ponderea energiei interne maxime disipate pe o armonică superioară $j > 2$, comparativ cu energia internă maximă disipată la armonica fundamentală de excitație, o definim prin coeficientul de pondere v_j , astfel:

$$v_j = \frac{W_j^M}{W^M} = j^4 \cdot \frac{\omega^2 - p^2}{j^2 \omega^2 - p^2} \quad (43)$$

4. CONCLUZII

Modelarea disipării vâscoase, cu ajutorul

unui coeficient de amortizare vâscoasă reprezentat într-o serie de puteri, permite ca forța vâscoasă să poată fi reprezentată în serie de puteri după armonicile impare ale pulsației fundamentale de excitație.

În cazul aplicării unei excitații inerțiale armonice asupra materialului vâscoelastic neliniar, se constată că armonicile superioare $j\omega$, cu $j = 3, 5, 7, \dots$ sunt excitate, iar energia internă maximă disipată este direct proporțională cu $(j\omega)^4$.

Coeficientul de pondere al energiei interne maxime disipate datorită componentei armonice superioare, se mărește spectral cu ordinul acesteia.

Bibliografie

1. **Bratu, P.** - Sisteme elastice de rezemare, Ed. Tehnică, București, 1990.
2. **Bratu, P.** - Vibrații mecanice, Ed. IMPULS, București, 1996.
3. **Bratu, P.** - Vibrații mecanice. Teorie. Aplicații tehnice, București, Editura IMPULS, 1998.
4. **Bratu, P.** - Vibrațiile sistemelor elastice, Ed. Tehnică, București, 2000.
5. **Bratu, P., Mihalcea, A.** - The 5th European Rheology Conference, Universitatea din Liubliana, Slovenia, 1998.
6. **Mihăilescu, St, Bratu, P., Goran, V., Vlădeanu, A.** Mașini de construcții, vol I II, III, Ed. Tehnică. București, 1984 - 1086.
7. **Osinski, Z.** - Teoria drgan, Warszawa, 1978.
8. **Stuart, D.R.** - An Introduction to Fourier Analysis, London, Methnen & Co Ltd., 1961.
9. **Wilhem, M., Maring, D., Reinheimer, P., Ortseifer, M., Spiess, W.H.**, High Resolution Fourier Transform Rheology, The 5th European Rheology Conference, Universitatea din Liubliana, Slovenia, 1998.