

UN MODEL MATEMATIC PENTRU STABILIREA REGIMULUI OPTIM DE AŞCHIERE LA PRELUCRAREA ALEZAJELOR LUNGI

T. Cherecheş, M. Bunea, C. Enache, C. Muraru
Academia Tehnică Militară Bucureşti

INTRODUCERE

Proiectarea unui proces tehnologic presupune adoptarea de către tehnolog a unor decizii care să asigure realizarea produsului în condiţii de productivitate maximă, costuri minime şi calitate superioară. Luarea în considerare a tuturor acestor criterii presupune să se proiecteze un proces tehnologic optim.

Optimizarea unui proces tehnologic trebuie să răspundă unor funcţii economice, care pot fi exprimate valoric prin cheltuieli minime de producţie sau un ciclu de fabricaţie minim.

Optimizarea condiţiilor în care se desfăşoară un proces de prelucrare prin aşchiere impune optimizarea factorilor care determină regimul de prelucrare prin aşchiere, adică tocmai adâncimea de aşchiere (t), avansul (s), viteza de aşchiere (v) etc. În acest caz optimizarea regimului de aşchiere are la bază funcţiile obiectiv, reprezentate de costurile minime, productivitate maximă etc., precum şi o serie de restricţii.

Regimul de aşchiere optim, care asigură costuri minime şi productivitate programată cu respectarea condiţiilor tehnice de calitate impuse piesei, se determină prin coordonarea cinematicii şi dinamicii maşinii-unelte cu posibilităţile de aşchiere ale sculelor aşchietoare, rezolvarea problemei făcându-se cu ajutorul metodelor matematice din teoria programării liniare.

În majoritatea cazurilor funcţia de optimizare este considerată costul unei operaţii:

$$C_{op} = \frac{\text{constant}}{t \cdot s \cdot n} [lei] \quad (1)$$

Din relaţie rezultă că valoarea minimă a costului unei operaţii este dată de valoarea maximă a produsului de la numitor.

Pentru stabilirea modelului matematic al regimului optim de aşchiere la operaţia de găurire adâncă, se consideră că operaţia se execută pe o maşină de găurit adânc cu două axe, pe două piese care au aceeaşi lungime şi aceleaşi diametre

nominale ale găurilor, urmărindu-se obţinerea unui cost minim al operaţiei.

1. STABILIREA FUNCŢIEI DE OPTIMIZARE

Relaţia generală a funcţiei de optimizare, când se admite drept criteriu de optimizare costul prelucrării, poate fi de forma:

$$C = C_1 \tau_b l + C_2 \left(N_1 \frac{\tau_{t_1} l_1}{T_1} + N_2 \frac{\tau_{t_2} l_2}{T_2} \right) \quad (2)$$

în care:

C_1 este retribuţia muncitorului care lucrează la maşina de găurit adânc, în u.m./min;

C_2 – cheltuieli făcute cu schimbarea burghiilor uzate şi reascuţirea lor, în u.m./min;

τ_b – timpul de lucru corespunzător prelucrării complete a unei găuri adânci, în min;

N_1, N_2 – numărul de burghie de acelaşi fel;

$T_1 = T_2$ – durabilitatea celor două burghie, în min;

$\tau_{t_1} = \tau_{t_2}$ – timpul de lucru în care are loc găurirea completă a găurilor, la cele două piese, la care $l_1 = l_2$, în min.

Cele două burghie se schimbă simultan, deci cotele procentuale consumate din durabilitatea fiecăruia la prelucrarea unei piese sunt egale şi constante:

$$P_1 = \frac{\tau_{t_1}}{T_1} \cdot 100 = \frac{\tau_{t_2}}{T_2} \quad (3)$$

deci: $P_1 = P_2$

Din relaţia generală a vitezei economice la operaţia de găurire:

$$V_T = \frac{C_v \cdot d^{q_v}}{T^m \cdot S^{x_v}} \cdot k_v \quad (4)$$

se pot exprima durabilităţile burghiilor, prin relaţiile:

$$T_1 = \frac{\frac{1}{V_1^m} \cdot \frac{q_v}{s_1^m} \cdot d_1^m}{k_v} \text{ si } T_2 = \frac{\frac{1}{V_2^m} \cdot \frac{q_v}{s_2^m} \cdot d_2^m}{k_v} \quad (5)$$

sau, dacă relaţiile (5), în locul vitezei de aşchiere, se introduce valoarea: $v = \frac{\pi \cdot d_n}{1000}$, se obţine:

$$T_1 = \left(\frac{1000 C_v}{\pi} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{\frac{\rho_v - 1}{d_1^m}}{n_1^m \cdot s_1^m} \quad (6)$$

$$T_2 = \left(\frac{1000 C_v}{\pi} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{\frac{\rho_v - 1}{d_2^m}}{n_2^m \cdot s_2^m}$$

Dacă se notează cu $\frac{T_1}{\tau_{1_1}}$ numărul de piese

după care trebuie schimbate burghiile uzate, se obţine:

$$\frac{T_1}{\tau_{1_1}} = \frac{T_2}{\tau_{2_2}} = \frac{T}{\tau_1} \quad (7)$$

Ținând seama și de faptul că cele două piese de găurit au lungimi egale, relația (7) se poate scrie:

$$\frac{\frac{T_1}{l_1}}{n_1 s_1} = \frac{\frac{T_2}{l_2}}{n_2 s_2} = \frac{\frac{T}{l}}{n_0 s} \quad (8)$$

Viteza de avans a celor două burghie este aceeași, deci se poate scrie:

$$n_1 s_1 = n_2 s_2 = n_0 s \quad (9)$$

Din aceasta rezultă:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{s_2}{s_1} \quad (10)$$

Din relația (8), rezultă:

$$\frac{T_1}{l_1} = \frac{T_2}{l_2} = \frac{T}{l} \quad (11)$$

Deci, durabilităţile celor două burghie trebuie să fie egale.

Din relațiile (7) și (11), se obține:

$$\frac{\frac{k d_1^m}{\frac{1}{l} \cdot \frac{x_v}{s_1^m}}}{l_1 \cdot n_1^m \cdot s_1^m} = \frac{\frac{k d_2^m}{\frac{1}{l} \cdot \frac{x_v}{s_2^m}}}{l_2 \cdot n_2^m \cdot s_2^m} \quad (12)$$

$$\text{în care: } k = \left(\frac{1000 \cdot C_v}{\pi} \right)^{\frac{1}{m}}$$

După simplificare, se obține:

$$\frac{\frac{d_1^m}{\frac{1}{l} \cdot \frac{x_v}{s_1^m}}}{l_1 \cdot n_1^m \cdot s_1^m} = \frac{\frac{d_2^m}{\frac{1}{l} \cdot \frac{x_v}{s_2^m}}}{l_2 \cdot n_2^m \cdot s_2^m} \quad (13)$$

Deoarece $n_{1,2}$ și $s_{1,2}$ sunt parametri necunoscuți ai regimului de aşchiere la găurire, se poate scrie:

$$\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{\frac{1-q_v}{m}} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot \left(\frac{s_2}{s_1} \right)^{\frac{x_v}{m}} \quad (14)$$

sau:

$$\left(\frac{l_1}{l_2} \right)^m \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{1-q_v} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(\frac{s_2}{s_1} \right)^{x_v} \quad (15)$$

Dacă în relația (15) se introduce expresia (10), se obține:

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{\frac{m}{1-x_v}} \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{1-q_v}{1-x_v}} \quad (16)$$

precum și:

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{\frac{m}{1-x_v}} \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{1-q_v}{1-x_v}} \quad (17)$$

Relațiile (16) și (17) exprimă condițiile schimbării simultane a celor două burghie, precum și existența aceleiași viteze de avans.

Revenind la relația costului (2) și ținând seama de condiția (3), se poate scrie:

$$C = C_1 \cdot \tau_{b_1} + C_2 \frac{\tau_{l_1}}{T_1} (N_1 + N_2) \quad (18)$$

$$\text{în care: } \tau_{b_1} = \frac{1}{n_1 \cdot s_1},$$

- l fiind lungimea piesei prelucrate, respectiv lungimea parcursă de mecanismul de avans.

Relația (7.16) mai poate scrisă sub forma:

$$C = C_1 \frac{l}{n_1 \cdot s_1} + C_2 \frac{\tau_{l_1}}{T_1} (N_1 + N_2) \quad (19)$$

Ținând seama de relațiile (6) și (9), funcția de optimizare poate fi scrisă sub forma definitivă:

$$C = \frac{C_1 \cdot l}{n_0 s} + C_2 \left(\frac{\pi}{1000 C_v} \right)^{\frac{1}{m}} l_0 \cdot n^{\frac{1-m}{m}} \cdot s^{\frac{x_v-m}{m}} \cdot d^{\frac{1-q_v}{m}} \cdot d^{\frac{1-q_v}{m}} \sum_{i=1}^{i=2} N_i [u.m.] \quad (20)$$

2. DETERMINAREA FUNCȚIILOR RESTRICTIVE

Funcțiile restrictive ținând seama de specificul și particularitățile prelucrării găurilor adânci sunt:

Viteza de aşchiere. Viteza de aşchiere economică, pentru o durabilitate dată, se obține din relația:

$$V_T = \frac{C_v \cdot d^{q_v}}{T^m \cdot s^{x_v}} \cdot k_v \quad (21)$$

în care: T este durabilitatea tăişului burghiului pentru care corespunde o viteză economică de aşchiere. Valoarea lui T se ia din normative, se determină experimental, sau se recalculează când sculele au îmbunătățiri.

Viteza efectivă de aşchiere se obține din cinematica mașinii unelte:

$$v_e = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \left[\frac{m}{\min} \right] \quad (22)$$

Pentru ca procesul de aşchiere să se desfășoare cu viteza economică corespunzătoare durabilității cerute, este necesar ca:

$$V_e \leq V_T$$

Ținând seama de relația (22), din relațiile (20) și (21) se obține relația respectivă pentru viteza de aşchiere:

$$n \cdot d^{1-q_v} \cdot s^{x_v} \leq \frac{1000}{\pi} \cdot \frac{C_v}{T^m} \cdot k_v \quad (23)$$

Puterea de aşchiere. Puterea necesară mișcării principale de aşchiere nu trebuie să depășească puterea furnizată de motorul electric, adică:

$$\frac{F_z \cdot V}{6 \cdot 10^3} \leq \eta \cdot P \quad (24)$$

în care:

F_z este componenta principală a forței de aşchiere, în daN;

P - puterea motorului electric al acționării principale, în kW;

V - viteza de aşchiere, în m/min;

η - randamentul lanțului cinematic principal.

Componenta principală a forței de aşchiere este cea determinată din condițiile specifice prelucrării găurilor adânci, având expresia din relația:

$$F_z = C_{F_z} \cdot d \cdot s \cdot \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right) N_i \cdot k_z,$$

unde N_i este numărul de burghie de același fel ($i=2$).

Înlocuind în relația (24) valorile forței F_z și a vitezei v_e se obține relația restrictivă:

$$d^2 \cdot s \cdot n \leq \frac{1,9 \cdot 10^6 \cdot \eta \cdot \rho}{C_{F_z} \cdot k_z \cdot N_i \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right)} \quad (25)$$

Productivitatea programată. Timpul de bază necesar pentru prelucrarea unei găuri, este dat de formula:

$$\tau_b = \frac{1}{n \cdot s}, [\text{min}], \quad (26)$$

în care:

τ_b este timpul de bază tehnologic, în min;

l – lungimea găurii, în mm;

$n \cdot s$ – deplasarea sculei într-un minut, în mm/min;

n – turația, în rot/min;

S – avansul, în mm/rot.

Ca urmare, între productivitatea programată Q_{plan} și productivitatea obținută se obține relația evidentă:

$$\frac{k_{\text{plan}} \cdot n_{\text{sim}}}{Q_{\text{plan}}} - \tau_a \leq \frac{1}{n \cdot S}, \quad (27)$$

unde:

Q_{plan} este productivitatea programată a mașinii unelte în buc/h;

k_{plan} – coeficient de încărcare al mașinii-unelte;

n_{sim} – numărul de piese ce se prelucreează simultan;

τ_a – timpul ajutător total la o trecere, în min.

sau

$$n \cdot s \leq \frac{l}{\frac{60k_{\text{plan}} \cdot n_{\text{sim}}}{Q_{\text{plan}}} - \tau_a} \quad (28)$$

Viteza de aşchiere minimă. Aceasta depinde de viteza de aşchiere minimă permisă de proprietățile aşchietoare ale sculei:

$$V \geq V_{\min} \text{ sau } \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \geq V_{\min}$$

adică: $n \cdot d \leq 318,7 \cdot V_{\min}$ (29)

Viteza de aşchiere maximă. Aceasta depinde de proprietățile aşchietoare ale sculei:

$$V \leq V_{\max} \text{ sau } \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \leq v_{\max}$$

adică

$$n \cdot d \leq 318,7 \cdot V_{\max} \quad (30)$$

Restricțiile datorită rezistenței burghiului, mecanismului de avans și rugozității:

Rezistența și stabilitatea burghiului. Efortul maxim al secțiunii burghiului este dat de relația (rigiditatea la răsucire):

$$\tau_{\max} \leq \frac{M_t}{W_T}, [\text{daN} / \text{mm}^2] \quad (31)$$

în care:

$\tau_{\max}$ este tensiunea tangențială maximă, în daN/mm²;

M_T – momentul de răsucire ($M_T = I_t \cdot \omega \cdot G$, [daN/mm], unde I_t este momentul de inerție la răsucire; $I_t = k_1 R^4$, [mm⁴]; ω – răsucirea specifică;

G – modulul de elasticitate transversal [daN/mm²]; $G I_t$ – rigiditatea la răsucire), în daN/mm;

W_t – modulul de rezistență la răsucire $W_t = R^3 / k_2$, în mm³;

k_1, k_2 sunt coeficienți.

Valoarea momentului de găurire, care soliciță coada sculelor la răsucire, în cazul găurilor adânci este dat de relația:

$$M_B = 0,40 C_M \cdot d^2 \cdot S \left(\frac{1}{\sin \chi} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right) k_M, [\text{daN} \cdot \text{mm}] \quad (32)$$

Ținând seama de relația anterioară:

$$d^2 S \leq \frac{\max W_t}{0,40 C_M \cdot C \cdot k_M \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right)} \quad (32a)$$

unde: C este coeficientul de siguranță.

Rezistența la flambaj. Pentru a evita situația privind flambajul burghiului în timpul procesului de aşchiere, este necesar ca:

$$F_{AX} \leq \frac{F_f}{C_1}, [\text{daN}], \quad (33)$$

în care:

F_{AX} este componenta axială a forței de aşchiere;

F_f – forța critică de flambaj;

C_1 – coeficient de siguranță la flambaj.

Valoarea componentei axiale a forței de aşchiere este dată de relația:

$$F_{AX} = \frac{1}{4} C_{F_z} \cdot d \cdot S \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right) k_{F_z}, [daN]$$

Făcând înlocuirile în relația (33), se obține funcția restrictivă pentru flambaj:

$$d \cdot S \leq \frac{4\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{I^2 \cdot C_1 \cdot C_{F_z} \cdot k_{F_z} \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right)} \quad (34)$$

unde:

E este modulul de rezistență, în daN/mm^2 ;

I_{min} momentul de inerție al secțiunii burghiului, în mm^4 ;

I – lungimea burghiului, în mm .

Încărcarea maximă admisibilă a mecanismului de avans. Componenta axială a forței de aşchiere la prelucrarea prin găurire adâncă este dată de relația:

$$F_{AX} = \frac{1}{4} C_{F_z} \left(\sum_{i=1}^{i=2} N_i \right) \cdot d \cdot S \left(\frac{1}{\sin \chi} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right) k_{F_z}$$

unde $\sum_{i=1}^2 N_i = 2$.

Dacă se notează cu F_a forța maximă admisibilă a mecanismului de avans, se poate scrie:

$$F_a \geq F_{AX},$$

de unde, luând în considerare relația precedentă:

$$d \cdot S \leq \frac{2F_a}{C_{F_z} \cdot k_{F_z} \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right)} \quad (35)$$

Finețea suprafeței prelucrate. În cazul prelucrării găurilor adânci de precizie, finețea suprafeței prelucrate este de mare importanță, găurile urmând să fie obținute în stare finală direct din operația de găurire. Ori atunci când geometria burghiului este dimensionată din considerente dinamice, finisarea găurilor se poate obține simultan

cu operația de găurire propriu-zisă, prin tasarea microasperităților.

Considerând că finisarea se face prin tasarea microasperităților, forța necesară finisării este dată de relația:

$$\Delta F_{y_2} t \leq \pi \cdot d \cdot S \cdot \tau_n \frac{\delta}{360} (1 - \mu),$$

din care rezultă:

$$dS \leq \frac{115 \Delta F_{y_2} t}{(1 - \mu)} \quad (36)$$

Evitarea supraîncălzirii burghiului.

Rezistența la uzură a muchiei aşchiitoare a burghiului este influențată în mare măsură de temperatura existentă în zona de aşchiere. Temperatura maximă admisibilă θ_a – fără ca scula să-și piardă proprietățile aşchiitoare – trebuie să fie mai mare decât temperatura θ care ia naștere în zona de aşchiere în timpul prelucrării, respectiv:

$$\theta \leq \theta_a$$

Pentru scule prevăzute cu carburi metalice, temperatura admisibilă este $\theta_a \approx 1073 \text{ K } (800^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C})$.

Temperatura rezultată din găurirea adâncă este proporțională cu căldura totală degajată la prelucrarea găurilor adânci – unde conform relației:

$$Q_m \cdot t = K_Q \cdot C_Q \cdot F_z \cdot V_p \cdot (1 + \mu), [daJ / min]$$

se obține:

$$Q = K_Q \cdot F_z \cdot V_p \cdot (1 + \mu), [daJ / min]$$

în care:

- $K_Q F_z V_p$ este cantitatea de căldură ce se degajă datorită procesului de aşchiere, în daJ/min ;

- $K_Q F_z V_p$ – cantitatea de căldură ce se degajă datorită frecării dintre sculă și suprafața găurii, în daJ/min ;

- K_Q – coeficient ce ține seama de condițiile de aşchiere ($K_Q = 0,79 \dots 0,97$);

- μ – coeficient de frecare dintre sculă și suprafața găurii ($\mu = 0,22 \dots 0,28$)

Așadar:

$$\theta = k_\theta \cdot K_Q \cdot F_z \cdot V_p \cdot (1 + \mu), [K]$$

unde k_θ este factorul de proporționalitate pentru temperatură.

Dacă se înlocuiește F_z cu expresia dată de relația:

$$F_z = C_{F_z} \cdot d_n^{q_{F_z}} \cdot S^{x_{F_z}} \cdot \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right) K_{F_z},$$

viteza V_p – cu expresia (22) şi se fac şi restul înlocuirilor, se obţine:

$$d^2 S \leq \frac{\theta_a}{k_\theta \cdot 0,00038 k_{F_z} \cdot K_z \left(\frac{1}{\sin \chi_1} + \frac{1}{\sin \chi_2} \right)} \quad (37)$$

Restricţiile stabilite prin relaţiile (32) ... (37) se pot pune sub forma generală:

$$n \cdot d^{x_s} \cdot s^{y_s} \leq \Phi \quad (38)$$

în care Φ caracterizează influenţa diferiţilor factori tehnologici asupra mărimii avansului (indicii s ai exponenţilor generalizează diferiţii indici din situaţiile respective).

Evacuarea continuă şi sigură a aşchiilor.

Desfăşurarea continuă şi fără întrerupere a procesului de aşchiere este condiţionată şi de asigurarea evacuării continue şi sigure a aşchiilor din gaura prelucrată. Pentru aceasta este necesar să fie respectată condiţia:

$$V_{ef.aş} \leq V_{c.aş}.$$

Această condiţie este exprimată prin relaţia:

$$Q_l = V_{l.aş} \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta\theta, [daJ / min.]$$

în care, dacă, $d_1 = 3/5 d$, relaţia poate fi adusă sub forma:

$$d^{-1} \cdot s \leq 0,015 \quad (39)$$

Avansul şi avansul maxim al maşinii-unelte:

$$S \leq S_{max.mas.-un.} \quad (40)$$

Avansul şi avansul minim al maşinii-unelte:

$$S \geq S_{min.mas.-un.} \quad (41)$$

Pentru a se putea aplica programarea liniară, relaţiile (23), (25), (28), (29), (30), (38), (39), (40) şi

(41) şi funcţia de eficienţă (17) se transformă sub formă liniară prin logaritmare:

$$\begin{aligned} \ln n + (1 - q_v) \ln d + x_v \ln S &= b_1 \\ \ln n + 2 \ln d + \ln S &\leq b_2 \\ \ln n + \ln S &\leq b_3 \end{aligned}$$

$$\ln n + \ln d \geq b_4 \quad (42)$$

$$\ln n + x_s \ln d + y_s \ln S \leq b_6$$

$$\ln d + \ln S \leq b_7$$

$$\ln S \leq b_8$$

$$\ln S \leq b_9$$

$$\ln C_{op} = \ln K_0 - \ln S - \ln n \rightarrow \min. \quad (43)$$

Cu b_i ($i = 1 \dots 9$) s-au notat valorile logaritmilor membrilor II din relaţiile considerate.

Notând:

$\ln n = x_1$, $\ln (100 d_1) = x_2$, $\ln (100 S_1) = x_3$, unde:

$100 d_1 = d$ şi $100 S_1 = S$, precum:

$\ln C_{op} = f$ şi $\ln K_0 = C_0$,

relaţiile (42) şi (43) devin:

$$\begin{aligned} x_1 + (1 - q_v)x_2 + x_v x_3 &= b_1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq b_2 \\ x_1 + x_3 &\leq b_3 \\ x_1 + x_2 &\geq b_4 \\ x_1 + x_2 &\leq b_5 \\ x_1 + x_s \cdot x_2 + y_s x_3 &\leq b_6 \\ -x_2 + x_3 &\leq b_7 \\ x_3 &\leq b_8 \\ x_3 &\geq b_9 \end{aligned} \quad (44)$$

$$f = C_0 - x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min. \quad (45)$$

Sistemul (44) formează ecuaţiile de condiţii, la care se adaugă condiţiile de nenegativitate (deoarece variabilele reprezintă mărimi folosite efectiv în realizarea regimului de aşchiere şi, ca urmare, nu pot lua valori negative):

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (46)$$

iar relaţia (44) reprezintă funcţia de eficienţă.

Sistemul (44) şi funcţia de eficienţă (45) reprezintă **un model matematic** al regimului optim de găurire adâncă.

Bibliografie

1. Popescu, I. Optimizarea procesului de aşchiere // Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1987.
2. Mironeasa, C., Ciobanu, M. Optimizări în ingineria mecanică // Universitatea "Ştefan cel Mare", Suceava, 1997.